

# Estudo dos Campos de Interação Magnética como Meio de Sustentação de Veículos de Transporte

*Daniel B. Mello* (\*)

*José Barbosa da Silva* (\*\*)

*Ricardo Rhomberg Martins* (\*\*\*)

## Introdução

Motivado pelo crescente estudo de levitação magnética como meio de transporte, que está avançado na Europa, América do Norte e Japão, este estudo acadêmico consiste numa introdução teórica para implementação de um protótipo em escala com sustentação e propulsão por meio de magnetismo.

O sistema abordado está baseado em sistemas com estrutura simples e na ciência do magnetismo (HURLEY & WOLFE, 1997; SHIAO, 2001).

O princípio básico de sustentação é utilizar o controle da corrente que atravessa um solenoide para alterar a força magnética e compensar o peso do veículo.

## Modelagem do sistema

### *Abordagem Física*

A Lei de Coulomb diz que a força entre duas cargas elétricas diferentes a uma distância  $x$  pode ser definida por:

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{x^2} \quad (1)$$

---

(\*) Engenheiro Elétrico pela Universidade Estácio de Sá E-mail: radarmello@gmail.com .

(\*\*) Mestrando em Engenharia de Sistemas pela COPPE/UFRJ, especialista em Redes de Computadores pela Universidade Estácio de Sá, com graduação em Engenharia Elétrica e em Redes de Computadores pela Universidade Estácio de Sá. Professor da Faeterj-Rio (Faetec/SECT-RJ), professor visitante da Universidade Federal do Rio de Janeiro e do Centro de Instrução Almirante Wandenkolk Marinha do Brasil e professor auxiliar da Universidade Estácio de Sá. E-mail: josebarbosa@ufrj.br .

(\*\*\*) Pós-doutor em Análise de Canais na Universidade Politécnica da Catalunha, doutor em Engenharia Elétrica pelo Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, mestre em Engenharia Elétrica pelo Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia. Atualmente é professor da Escola de Engenharia da UFRJ. E-mail: ricardo@del.ufrj.br .

Um momento de dipolo elétrico pode ser dado por:

$$p = q \cdot l \quad (2)$$

E o campo elétrico no eixo e a uma distância  $x$  do dipolo é:

$$E = \frac{2 \cdot p}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot x^2} \quad (3)$$

O momento de dipolo magnético é:

$$\mu = n \cdot i \cdot S \quad (4)$$

onde  $n$  é o número de espiras da solenoide,  $i$  é a corrente circulante e  $S$  é a área da seção transversal.

O campo magnético gerado por dois polos é calculado de forma similar ao campo elétrico de um dipolo:

$$B = \frac{2 \cdot \mu \cdot \mu_0}{4 \cdot \pi \cdot x^2} \quad (5)$$

A diferença de posição entre  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$  deve-se a:

$$\mu_0 \text{ equivale a } \frac{1}{\epsilon_0}$$

Como o campo magnético no eixo de um solenoide é calculado por:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot i}{2 \cdot \sqrt{(l^2 + R^2)}} \quad (6)$$

onde  $l$  é o comprimento e  $R$  é o raio da solenoide.

Substituindo  $n \cdot i$  por  $\mu/S$  obtemos:

$$\mu = \frac{2 \cdot B \cdot S \cdot \sqrt{(l^2 + R^2)}}{\mu_0} \quad (7)$$

Da definição do dipolo elétrico (2), pode-se imaginar uma analogia com uma “carga magnética virtual”  $g$  tal que:

$$\mu = g \cdot l \quad (8)$$

Assim:

$$g = \frac{2 \cdot B \cdot S \cdot \sqrt{(l^2 + R^2)}}{\mu_0 \cdot l} \quad (9)$$

Consideram-se agora os dois dipolos elétricos de comprimento  $l$  e distantes  $x$  um do outro. Há duas atrações e duas repulsões entre as cargas e, portanto, pode-se calcular a resultante das forças entre ambos de acordo com a igualdade que se segue:

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{x^2} + \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(x + l_1 + l_2)^2} - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(x + l_1)^2} - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(x + l_2)^2}$$

ou

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x + l_1 + l_2)^2} - \frac{1}{(x + l_1)^2} - \frac{1}{(x + l_2)^2} \right) \quad (10)$$

Para dois ímãs cilíndricos diferentes, porém com mesmo raio, a analogia é:  $q$  equivale a  $g$ , então:

$$F_m = \frac{\mu_0 \cdot g_1 \cdot g_2}{4 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x + l_1 + l_2)^2} - \frac{1}{(x + l_1)^2} - \frac{1}{(x + l_2)^2} \right)$$

logo:

$$F_m = \frac{B_1 \cdot B_2 \cdot S^2 \cdot \sqrt{(l_1^2 + R^2)} \cdot \sqrt{(l_2^2 + R^2)}}{\pi \cdot \mu_0 \cdot l_1 \cdot l_2} \cdot \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x + l_1 + l_2)^2} - \frac{1}{(x + l_1)^2} - \frac{1}{(x + l_2)^2} \right) \quad (11)$$

Se um dos ímãs for uma solenóide de raio  $R$  e núcleo de ferro, então teremos:

$$B_1 = \frac{\mu_{Fe} \cdot n \cdot i}{2 \cdot \sqrt{(l_1^2 + R^2)}} \quad (12)$$

onde  $\mu_{Fe}$  é a permeabilidade magnética do ferro.

Assim, a força magnética é definida por:

$$F_m = \frac{\mu_{Fe} \cdot n \cdot i \cdot B_2 \cdot S^2 \cdot \sqrt{(l_2^2 + R^2)}}{2 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot l_1 \cdot l_2} \cdot \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x + l_1 + l_2)^2} - \frac{1}{(x + l_1)^2} - \frac{1}{(x + l_2)^2} \right) \quad (13)$$

#### Aplicação ao veículo

Nessa aplicação, temos que o comprimento da solenoide  $l_1$  é muito maior que o comprimento do ímã  $l_2$ , assim:

$$x + l_1 + l_2 \cong x + l_1$$

e a força se resume a:

$$F_m = \frac{\mu_{Fe} \cdot n \cdot i \cdot B_2 \cdot S^2 \cdot \sqrt{(l_2^2 + R^2)}}{2 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot l_1 \cdot l_2} \cdot \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x + l_2)^2} \right) \quad (14)$$

A relação entre o peso do veículo e a força magnética é:

$$F_m = \frac{P}{2} \quad (15)$$

Formando assim:

$$K_1 \cdot i \cdot \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x + l_2)^2} \right) = K_2$$

ou

$$K_1 \cdot i = K_2 \cdot \left( \frac{(x + l_2)^2 \cdot x^2}{(x + l_2)^2 - x^2} \right) \quad (16)$$

onde

$$K_1 = \frac{\mu_{Fe} \cdot n \cdot B_2 \cdot S^2 \cdot \sqrt{(l_2^2 + R^2)}}{2 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot l_1 \cdot l_2}$$

e

$$K_2 = \frac{P}{2}$$

Com um pouco de trabalho de álgebra chegamos em:

$$K_1 \cdot i = \frac{K_2}{2 \cdot l_2} \cdot \left( x^2 \cdot \left( x + \frac{l_2}{2} \right) + l_2 \cdot x^2 + \frac{l_2}{4} \cdot \frac{x^2}{x + \frac{l_2}{2}} \right)$$

Para o projeto em questão,  $l_2 = 2$  milímetros, então uma parcela de controle  $\frac{l_2}{4}$  torna-se não significativo para as variações que pretendemos controlar, portanto:

$$K_1 \cdot i = \frac{K_2}{2 \cdot l_2} \cdot \left( x^2 \cdot \left( x + \frac{l_2}{2} \right) + l_2 \cdot x^2 \right)$$

Ou, partindo de um ponto inicial onde se estabelece corrente inicial e distância de operação inicial, temos:

$$K_1 \cdot (i_0 + i(t)) = \frac{K_2}{2 \cdot l_2} \cdot (x_0 + x(t))^3 + \frac{3 \cdot K_2}{4} \cdot (x_0 + x(t))^2 \quad (17)$$

assim:

$$\begin{aligned} K_1 \cdot i_0 + K_1 \cdot i(t) &= \frac{K_2}{2 \cdot l_2} \cdot x_0^3 + \frac{3 \cdot K_2}{2 \cdot l_2} \cdot x_0^2 \cdot x(t) + \frac{3 \cdot K_2}{2 \cdot l_2} \cdot x_0 \cdot x(t)^2 + \frac{K_2}{2 \cdot l_2} \cdot x(t)^3 + \frac{3 \cdot K_2}{4} \\ &\cdot x_0^2 + \frac{3 \cdot K_2}{2} \cdot x_0 \cdot x(t) + \frac{3 \cdot K_2}{4} \cdot x(t)^2 \end{aligned}$$

Fazendo a transformada de Laplace, temos:

$$\begin{aligned} K_1 \cdot I(s) &= \frac{3 \cdot K_2}{2 \cdot l_2} \cdot x_0^2 \cdot X(s) + \frac{3 \cdot K_2}{2 \cdot l_2} \cdot x_0 \cdot s^2 \cdot X(s) + \frac{K_2}{2 \cdot l_2} \cdot s^3 \cdot X(s) + \frac{3 \cdot K_2}{2} \cdot x_0 \cdot X(s) \\ &+ \frac{3 \cdot K_2}{4} \cdot s^2 \cdot X(s) \end{aligned}$$

ou

$$K_1 \cdot I(s) = X(s) \cdot \left( s^3 \cdot \left( \frac{K_2}{2 \cdot l_2} \right) + s^2 \cdot \left( \frac{3 \cdot K_2}{2 \cdot l_2} \cdot x_0 + \frac{3 \cdot K_2}{4} \right) + \frac{3 \cdot K_2}{2} \cdot \left( \frac{x_0^2}{l_2} + x_0 \right) \right)$$

Logo a função de transferência do sistema fica:

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{K_1}{s^3 \cdot \left( \frac{K_2}{2 \cdot l_2} \right) + s^2 \cdot \left( \frac{3 \cdot K_2}{2 \cdot l_2} \cdot x_0 + \frac{3 \cdot K_2}{4} \right) + \frac{3 \cdot K_2}{2} \cdot \left( \frac{x_0^2}{l_2} + x_0 \right)} \quad (18)$$

### Respostas do sistema

Aplicando ao sistema modelado os seguintes valores:

- $l_1 = 50 \text{ mm}$  ,  $l_2 = 2 \text{ mm}$
- $R = 5 \text{ mm}$
- $x_0 = 30 \text{ mm}$
- $B_2 = 0.3 \text{ T}$
- $n = 400$  espiras
- $\mu_0 = 1.2566 \cdot 10^{-3} \text{ N/A}^2$
- $\mu_{Fe} = 6.9115 \cdot 10^{-3} \text{ N/A}^2$

Obtivemos os seguintes resultados:

#### *Resposta ao degrau de corrente*

Pelo sistema trabalhar invertido na contraposição do peso do veículo, quando aplicamos um degrau de corrente no sistema modelado chegamos a:

- Máximo de função =  $2.704476 \cdot 10^{-4}$
- Mínimo de função = 0

Com os seguintes diagramas:

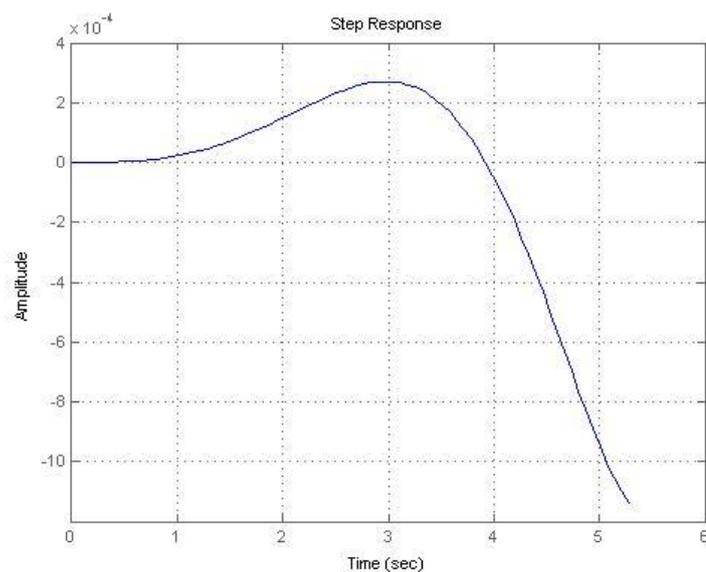


Figura 1. Resposta ao degrau na corrente em malha aberta.

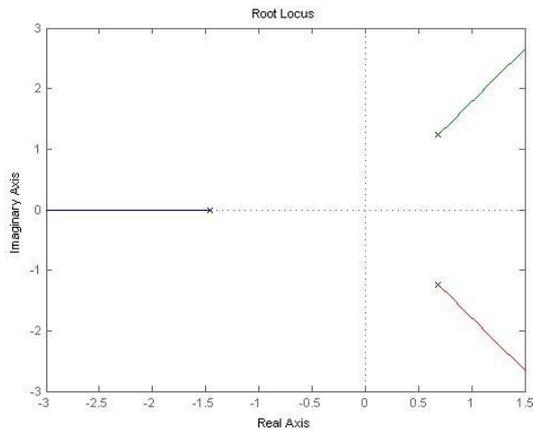


Figura 2. Root Locus do sistema

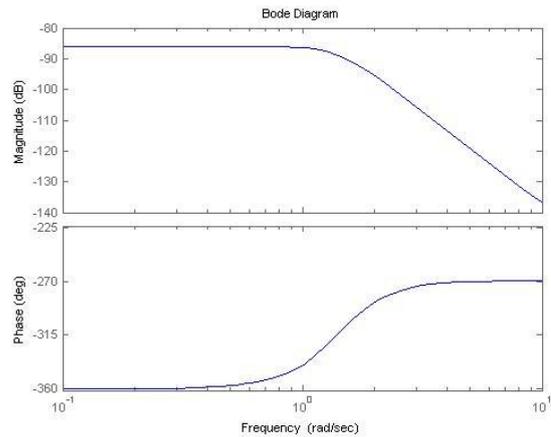


Figura 3. Diagrama de Bode

*Corrente refletida para Compensação de um degrau unitário de posição.*

No modelo desenvolvido as perturbações ocorrem na posição do veículo, que é saída do sistema, como não podemos analisar o comportamento do sistema aplicando um sinal na saída, esse sinal deve ser equiparado a um sinal de perturbação de corrente de forma que:

$$P_i(s) = P_x(s) \cdot \frac{1}{G(s)} \tag{20}$$

temos que:

$$P_i(s) = \frac{P_x(s)}{G(s)}$$

Se quisermos injetar uma perturbação  $P_x(s)$  de um degrau teremos:

$$P_x(s) = \frac{1}{s}$$

$$P_i(s) = \frac{\frac{1}{s}}{G(s)}$$

$$P_i(s) = \frac{1}{s \cdot G(s)}$$

Que nos dá o seguinte sinal de perturbação equiparada:

$$P_i(s) = \frac{1}{s \cdot G(s)} = \frac{\frac{K_2}{2} \left( s^4 \cdot \left( \frac{1}{l_2} \right) + s^3 \cdot \left( \frac{3}{l_2} \cdot x_0 + \frac{3}{2} \right) + s \cdot \left( \frac{x_0^2}{l_2} + x_0 \right) \cdot 3 \right)}{K_1}$$

$$P_i(t) = \frac{K_2}{2 \cdot K_1 \cdot l_2} \cdot \delta^4(t) + \frac{3 \cdot x_0 \cdot K_2}{2 \cdot K_1 \cdot l_2} \cdot \delta^3(t) + \frac{3 \cdot K_2}{4 \cdot K_1} \cdot \delta^3(t) + \frac{3 \cdot K_2 \cdot x_0^2}{2 \cdot l_2 \cdot K_1} \cdot \delta(t) + \frac{3 \cdot K_2}{2 \cdot K_1} \cdot \delta(t)$$

$$P_i(t) = \frac{K_2}{2 \cdot K_1 \cdot l_2} \cdot \delta^4(t) + \left( \frac{3 \cdot x_0 \cdot K_2}{2 \cdot K_1 \cdot l_2} + \frac{3 \cdot K_2}{4 \cdot K_1} \right) \cdot \delta^3(t) + \left( \frac{3 \cdot K_2 \cdot x_0^2}{2 \cdot l_2 \cdot K_1} + \frac{3 \cdot K_2}{2 \cdot K_1} \right) \cdot \delta(t)$$

Esta é a função de corrente refletida nas bobinas de sustentação equivalente ao degrau na posição do sistema, que serve como uma primeira aproximação de controle.

Na prática, o impulso  $\delta(t)$  é aproximado para um Pulso com dinâmica rápida deve ser definido por:

$$Pu(t) = \frac{\alpha}{n} (u(t) - u(t-\Delta t))$$

onde

$$\Delta t \ll T$$

$$\alpha = T/\Delta t$$

Sendo que:

- T representa o período da dinâmica de maior frequência de distúrbio que o sistema poderá sofrer;

-  $\Delta t$  representa o período da frequência do pulso escolhido, deve obedecer à regra de nyquist-shannon no mínimo  $T > 2 \cdot \Delta t$ ;

- Devemos evitar o *Fenômeno de Tullio*, o qual consiste no desencadeamento de vertigens provocado pelo som. A medicina experimental comprova que vibrações com frequências entre os 200 e os 2500 Hz, podem desencadear uma vertigem.

O controlador de retroalimentação negativa baseado em pulsos utilizando a função desenvolvida deve ter os parâmetros de amplitude ( $\frac{\alpha}{n}$ ) e duração do pulso ( $\Delta t$ ) escolhido em função da dinâmica do sistema, com a finalidade de minimizar o efeito da inércia do veículo e não causar desconforto aos passageiros ou fadiga estrutural.

### Considerações finais

Este estudo preliminar é integrante da modelagem física e projeto dos subsistemas de controle de veículo sustentado e propulsado por meio da interação de campos magnéticos.

Verificamos através de (16) que o sistema é não linear, logo diversas abordagens e aproximações para a análise e controle podem ser realizadas.

Os parâmetros reais de protótipo aqui encontrados são a base para o esboço da aproximação inicial do controlador de sustentação em estudo, utilizando técnicas de Inteligência Artificial (Redes Neurais), e é independente do controle de propulsão, apesar de trabalharem em conjunto.

### Referências

Hurley and Wölfe, *Electromagnetic Design of a Magnetic Suspension System*, IEEE Trans. on Education, vol. 40, no. 2, 1997, 124-128.

Soares, Marco. *Eletromagnetismo I-70, força entre dois ímãs*, 2007. Disponível em: <<http://www.mspc.eng.br/elemag/eletrm0170.shtml>>. Acesso em: 28 mar. 2008.

SCI. COUNC. ROC(D), vol. 11, No. 2, 2001, p. 88-94.

SHIAO, Ying-Shing. *Design and implementation of a controller for a magnetic levitation system*, Proc. Natl, 2001.

TIPLER, Paul A. *Física para cientistas e engenheiros*. Rio de Janeiro: LTC, vol. 2, 2000.

**Resumo:** O presente trabalho visa apresentar a modelagem física desenvolvida para o protótipo de veículo suspenso por levitação magnética em construção no Núcleo de Robótica da Universidade Estácio de Sá. Será construído com a finalidade do estudo de novas tecnologias, modela-se a interação de dois campos magnéticos quando em situação de atração, um gerado por um solenóide, onde a corrente é função do tempo e da distância dos magnetos e de um ímã permanente.

**Palavras-chave:** Campo Magnético; Engenharia de Controle; Levitação Magnética.

**Abstract:** This study is supposed to show the physic model developed to be used in our Magnetic Levitation Prototype, to be built for the study of new technologies. This prototype has been build using a permanent magneto and a solenoid. Here you've found the mathematical expression (the non-linear transfer function).

**Keywords:** Magnetic Field; Control Engineering; Magnetic Levitation.

Recebido em: 20/03/2013

Aceito em: 11/04/2013